



Matematika tantárgyverseny  
Megyei szakasz, 2014. március 8.

VI. OSZTÁLY

1. feladat. Igazold, hogy:

a)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 1;$

b)  $3^{33} + 4^{33} + 5^{33} < 6^{33}.$

*Gazeta Matematică*

2.feladat. Azt mondjuk, hogy az  $n$  elemű nem üres  $M$  halmaz  $\mathcal{P}$  tulajdonságú, ha elemei olyan természetes számok, amelyeknek pontosan 4 osztójuk van. Jelöljük  $S_M$ -mel egy ilyen  $M$  halmazban levő elemek  $4n$  darab osztójának összegét (az összegzésben a számok ismétlődhetnek is).

a) Igazold, hogy az  $A = \{2 \cdot 37, 19 \cdot 37, 29 \cdot 37\}$  halmaz  $\mathcal{P}$  tulajdonságú és  $S_A = 2014$ .

b) Ha a  $B$  halmaz  $\mathcal{P}$  tulajdonságú és  $8 \in B$ , igazold, hogy  $S_B \neq 2014$ .

3. feladat. Az  $ABC$  háromszög  $BC$ ,  $CA$  és  $AB$  oldalain felvesszük az  $M$ ,  $N$  illetve  $P$  pontokat úgy, hogy  $BM = BP$  és  $CM = CN$ . A  $B$  pontból az  $MP$  egyenesre és a  $C$  pontból az  $MN$  egyenesre állított merőlegesek metszéspontja  $I$ . Bizonyítsd be, hogy az  $\widehat{IPA}$  és az  $\widehat{INC}$  szögek kongruensek!

4. feladat. Határozd meg azokat az  $a$  természetes számokat, amelyekre pontosan 2014 darab olyan  $b$  természetes szám létezik úgy, hogy  $2 \leq \frac{a}{b} \leq 5$ .

*Munkaidő 2 óra + 30 perc kérdésekre.  
Minden feladatra 7 pont szererezhető.*